

다중안테나 통신시스템 성능 분석을 위한 회귀 기반의 확률 밀도 함수 근사 방법론

이영석, 이기훈, 정방철
충남대학교

yslee@o.cnu.ac.kr, kihun.h.lee@cnu.ac.kr, bcjung@cnu.ac.kr

A Novel Regression Method to Approximate Probability Density Function for Performance Analysis of MIMO Communication Systems

Young-Seok Lee, Ki-Hun Lee, Bang Chul Jung
Chungnam National University

요약

본 논문에서는 다중안테나(multiple-input multiple-output: MIMO) 통신시스템의 성능 분석을 위한 회귀 기반의 확률 밀도 함수(probability density function: PDF) 근사 방법론을 제안한다. 이를 위해 실제로 다루기 어려운 형태를 갖는 MIMO 채널의 최대 고유값 분포 PDF를 근사하고, 모의실험을 통해 제안한 방법론의 효용성을 검증했다. 구체적으로, 회귀를 기반으로 근사한 PDF와 실제 PDF를 비교했으며, 이를 기반으로 수행한 신호 대 잡음비(signal-to-noise ratio: SNR) 대비 비트 당 오류율(bit-per-error rate: BER) 성능 분석 결과 또한 거의 일치하는 것을 확인했다.

I. 서론

인공지능(artificial intelligence: AI) 분야의 발전과 동시에 다양한 분야에서 AI를 응용한 기술이 높은 효용성을 입증하고 있다. 통신 분야에서도 AI를 적용한 다양한 기술이 개발되고 있으며, 성능 향상을 입증한 AI 기반의 통신 기술은 초고신뢰, 초저지연 등 차세대 통신시스템의 높은 성능 지표를 달성하는 데 활용할 수 있을 것으로 전망된다 [1], [2]. 몇 가지 예로, [3]에서는 다중안테나(multiple-input multiple-output: MIMO) 기반 통신시스템에서 채널 상태 정보(channel state information: CSI) 추정으로 인한 부하를 완화하기 위해 기계학습 기술이 적용되었고, [4]에서는 딥러닝 기반의 하이브리드 빔포밍 기술이 제안되었다.

본 논문에서는 이와 다른 관점으로 통신시스템의 수학적 성능 분석을 위한 회귀(regression) 기반의 방법론을 제안한다. 통상적으로 무선통신 기술의 성능 예측을 위해서는 채널의 통계적 특성(randomness)으로부터 평균 성능을 도출하기 위해 많은 횟수의 실험을 수행하고 평균 내는, 이른바 몬테카를로(Monte-Carlo) 방법의 모의실험을 수행한다. 하지만, 시스템에 따라 이 방법은 매우 긴 시간 소요가 필요하며, 이에 따라 통신시스템의 성능을 수학적으로 분석하고 이로부터 통찰을 도출하는 것은 통신 분야의 전통적인 연구 흐름이다.

한 예로 MIMO 채널의 최대 고유값에 대응하는 고유벡터를 기반으로 빔포밍하는 최대 고유값 빔포밍(혹은 SVD 빔포밍) 기법에서 최대 고유값의 확률 밀도 함수(probability density function: PDF)는 그 형태가 수학적 분석을 위해 다루기 쉽지 않다 [5], [6].

II. 최대 고유값 빔포밍 기법의 시스템 모델

본 논문에서는 각각 N 개의 안테나를 갖는 송신단과 M 개의 안테나를 갖는 수신단을 고려한다. 이때, 송수신단 모두 각 안테나 사이 채널 상태 정보(CSI)를 알고 있다고 가정하며, 앞서 언급한 대로 이를 활용한 최대 고유값 빔포밍 기술을 고려한다. 이에 따라 최대 고유값에 대응하는 고유벡터를 기반으로 송수신 빔포밍을 적용하면, 최종 수신 신호 y 는 등가적으로 다음과 같이 표현할 수 있다 [5]:

$$y = \mathbf{u}_s^H \mathbf{y} = \mathbf{u}_s^H \mathbf{H} \mathbf{v}_s^H x + \mathbf{u}_s^H \mathbf{n} = \lambda_s x + \tilde{n}, \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 는 송수신단 각 안테나 사이의 무선 채널로 구성된 행렬이며, 모든 채널은 서로 독립이고 $\mathcal{CN}(0, 1)$ 의 동일한 분포를 따른다고 가정한다. 또한, $\mathbf{v}_s \in \mathbb{C}^N$ 와 $\mathbf{u}_s \in \mathbb{C}^M$ ($s = \min(N, M)$)는 최대 고유값 $\phi_s = \lambda_s^2$ 에 대응되는 우특이 벡터와 좌특이 벡터를 각각 나타내며, $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^M$ 은 신호 송수신 과정에서 발생하는 열잡음을 의미한다. 모든 잡음은 $\mathcal{CN}(0, N_0 \cdot \mathbf{I}_M)$ 분포를 따른다고 가정한다. 본 논문에서는 추가적으로 송신단에서 유효 무선 채널 이득(ϕ_s)이 특정 임계치인 η 이상일 때만 변조 신호 x 를 송신하는 회귀적 전송을 고려한다.

III. 제안하는 확률 밀도 함수 근사 방법론

회귀적 전송을 고려함에 따라 최대 고유값 빔포밍 기법에서 최대 고유값(ϕ_s)의 PDF $\tilde{f}_{\phi_s}(\phi_s)$ 는 [6]의 (17, $f_{\phi_s}(\phi_s)$)로부터 다음과 같이 잘린 분포(truncated distribution)로 유도된다:

$$\tilde{f}_{\phi_s}(\phi_s) = f_{\phi_s}(\phi_s | \phi_s \geq \eta) = \frac{|\Psi_c(\phi_s)| \text{tr}(\Psi_c^{-1}(\phi_s) \Phi_c(\phi_s))}{\prod_{k=1}^s \Gamma(t-k+1) \Gamma(s-k+1) - |\Psi_c(\phi_s)|} U(\eta), \quad (2)$$

여기서 $\{\Psi_c(x)\}_{i,j} = \gamma(t-s+i+j-1, x)$, $\{\Phi_c(x)\}_{i,j} = \phi_s^{t-s+i+j-2} e^{-\phi_s}$, $i, j = \{1, 2, \dots, s\}$ 이고 $t = \max(N, M)$ 이며, $\Gamma(\cdot)$ 와 $\gamma(\cdot)$ 는 각각 감마 함수 및 하부 불완전 감마 함수를 의미한다. 또한, $|\cdot|$ 는 행렬식(determinant), $\text{tr}(\cdot)$ 은 행렬의 대각합(trace), 그리고 $U(\cdot)$ 는 단위 계단 함수(unit step function)를 나타낸다.

한편, 식 (2)는 최대 고유값 빔포밍 기반 통신시스템의 수학적 성능 분석에 있어 다루기 어렵다는 한계를 갖는다. 본 연구팀은 모의실험과 (2)로부터 최대 고유값 빔포밍 기반 회귀적 전송 기법에서 최대 고유값의 PDF가 지수함수의 형태를 보이는 것을 도출했으며, 이에 따라 실제 PDF를 근사 지수 V 에 기반하여 다음과 같이 근사한다:

$$\tilde{f}_{\phi_s}(\phi_s) \approx \bar{f}_{\phi_s}(\phi_s) = \sum_{v=1}^V \alpha_v \phi_s^{v-1} e^{-\beta_v \phi_s} + \delta, \quad (3)$$

여기서 각 파라미터 $\{\alpha_1, \dots, \alpha_V, \beta_1, \dots, \beta_V, \delta\} \in \mathbb{R}^{2V+1}$ 는 몬테카를로 방법을 통해 획득한 ϕ_s 의 PDF 또는 (2)로부터 계산되는 입출력 쌍 $\{\phi_s, \tilde{f}_{\phi_s}(\phi_s)\}$ 을 데이터(ground truth, $\{X_{\text{data}}, Y_{\text{data}}\}$)로 활용한 회귀 문제를 통해 도출한다. 한편, (3)에서 $V=1$ 또는 2인 경우 각각 통신시스템의 수학적 성능 분석에서 자주 활용되는 지수분포 형태 또는 지수분포와 카이 제곱(chi-square) 분포의 합 형태로 도출되는 것을 확인할 수 있다.

(3)의 각 파라미터를 도출하기 위해 본 논문에서 제안하는 회귀 최적화 문제는 다음과 같이 공식화(formulation)할 수 있다:

$$(P1) \quad \min_{\phi_s \in X_{\text{data}}} \sum \left\{ \left| \bar{f}_{\phi_s}(\phi_s) - \tilde{f}_{\phi_s}(\phi_s) \right|^2 \right\} \\ \text{s. t. } \bar{f}_{\phi_s}(\phi_s) \leq \tilde{f}_{\phi_s}(\phi_s), \forall \phi_s \geq \eta.$$

마지막으로, (3)은 음수 값을 가질 수 있으며, 수학적 정의에 따라 PDF는 음의 값을 가질 수 없으므로 다음과 같이 0과 max 함수를 통해 최종 근사 PDF를 정의한다:

$$\hat{f}_{\phi_s}(\phi_s) = [\bar{f}_{\phi_s}(\phi_s)]^+ = \left[\sum_{v=1}^V \alpha_v \phi_s^{v-1} e^{-\beta_v \phi_s} + \delta \right]^+, \quad (4)$$

여기서 $[\cdot]^+$ 는 $[x]^+ := \max(0, x)$ 을 나타낸다.

표 1. 송수신 안테나 수에 따른 근사 PDF 파라미터 ($V=2$)

$N \times M$	2×2	3×3	4×4
α_1	-6.0414	0.9026	-151.3761
β_1	0.5776	-0.0014	0.3928
α_2	5.0299	1.0138	35.6170
β_2	0.7587	0.4510	0.4694
δ	0	-0.9412	-0.0012
η	3.18	6.21	9.47
ζ	13.26	14.67	19.88

IV. 모의실험 결과 및 결론

본 절에서는 앞서 회귀를 통해 근사한 PDF (4)의 정확도를 검증하기 위해 몬테카를로 방법 또는 (2)를 통해 도출되는 최대 고유값의 실제 PDF와 비교·분석한다. 또한, 통신시스템의 수학적 성능 분석 활용 예로 전송 신호 x 가 이진 위상 편이 변조(binary phase shift keying: BPSK) 신호일 때, 최대 고유값 빔포밍 기반 기회적 전송 기법의 신호 대 잡음비(signal-to-noise ratio: SNR) 대비 비트 당 오류율(bit-per-error rate: BER) 성능을 분석하고 모의실험 결과와 비교함으로써 (4)를 검증한다.

그림 1은 기회적 전송을 고려한 최대 고유값 빔포밍 기법에서 몬테카를로 방법을 통해 획득한 최대 고유값의 정규화된 히스토그램과 수식 (2) 및 본 논문에서 근사한 PDF (4)를 도시한 결과이다. 본 논문에서는 송수신 안테나 개수가 같은 상황($N=M$)을 고려했으며, 송신단의 전송확률은 0.5로 가정했다. 또한, 그림 1은 $N=\{2, 3, 4\}$ 일 때 최대 고유값의 PDF를 나타낸다. 근사한 PDF는 근사 지수 2 ($V=2$)로부터 도출했으며, 파라미터 값은 표 1과 같다. 표 1에서 η 는 전송확률이 0.5일 때 최대 고유값의 임계값을 의미하며, ζ 는 근사한 PDF의 함수값이 0일 때의 최대 고유값을 나타낸다. 근사한 PDF는 몬테카를로 방법 및 기존 분석 결과(2)와 거의 일치하는 것을 보여준다.

한편, 이론적으로 변조 신호가 BPSK일 때, 무선 채널 이득을 고려한 SNR 대비 BER 성능은 다음과 같이 유도된다:

$$\mathbb{E}[P_e] = \int_{\eta}^{\zeta} Q\left(\sqrt{\frac{2\phi_s}{N_0}}\right) \hat{f}_{\phi_s}(\phi_s) d\phi_s$$

$$\approx \left[\begin{array}{l} -\frac{\alpha_1}{2\beta_1} \left(\frac{\text{erf}(A(\beta_1)B(\phi_s))}{A(\beta_1)} + e^{-\beta_1\phi_s} \text{erfc}(B(\phi_s)) \right) \\ -\frac{\alpha_2}{4\beta_2^2} \left(\frac{(3A^2(\beta_2)-1)\text{erf}(A(\beta_2)B(\phi_s))}{A^3(\beta_2)} \right. \\ \left. + 2e^{-\beta_2\phi_s}(\beta_2\phi_s+1)\text{erfc}(B(\phi_s)) \right. \\ \left. - \frac{2\beta_2 N_0 B(\phi_s)}{\sqrt{\pi} A(\beta_2)} e^{-A^2(\beta_2)B^2(\phi_s)} \right) \\ \left. + \frac{\delta N_0}{2} \text{erf}(B(\phi_s)) + \phi_s \text{erfc}(B(\phi_s)) - \frac{N_0 e^{-B^2(\phi_s)} B(\phi_s)}{\sqrt{\pi}} \right]_{\eta}^{\zeta} \quad (5) \end{array} \right.$$

여기서 $A(x) = \sqrt{xN_0+1}$, $B(x) = \sqrt{x/N_0}$, $\zeta = \hat{f}_{\phi_s}^{-1}(0)$ 이다.

그림 2는 BPSK를 고려한 최대 고유값 빔포밍 기반 기회적 전송 기법의 BER 성능 모의실험 결과와 본 논문에서 근사한 PDF를 통해 분석한 결과 (5)를 나타낸다. 결과적으로, 근사 PDF에 기반한 성능 분석 결과가 모의 실험과 거의 일치하는 것을 확인할 수 있다. 따라서, 본 논문에서 제안하는 PDF 회귀 방법이 수학적으로 다루기 어려운 PDF를 근사함으로써, 다양한 통신시스템의 통신 성능을 쉽게 분석할 수 있음을 검증하였다.

본 논문에서는 다중안테나 기반 통신시스템의 수학적 분석을 위한 회귀 기반의 PDF 근사 방법론을 제시했다. 이는 통신시스템 성능 분석에 있어, 수학적으로 다루기 어려운 PDF를 분석에 용이한 형태로 근사하는 것이며, 한 예로 최대 고유값 빔포밍 기반 기회적 전송 기법에서 최대 고유값의 PDF를 근사했다. 모의실험을 통해 근사한 PDF가 실제 PDF와 거의 일치하는 것을 확인했으며, 실제 BPSK 변조를 고려한 SNR 대비 BER 성능의 수학적 분석 결과를 모의실험 결과와 비교함으로써 본 논문에서 제안한 방법론의 효용성을 입증했다.

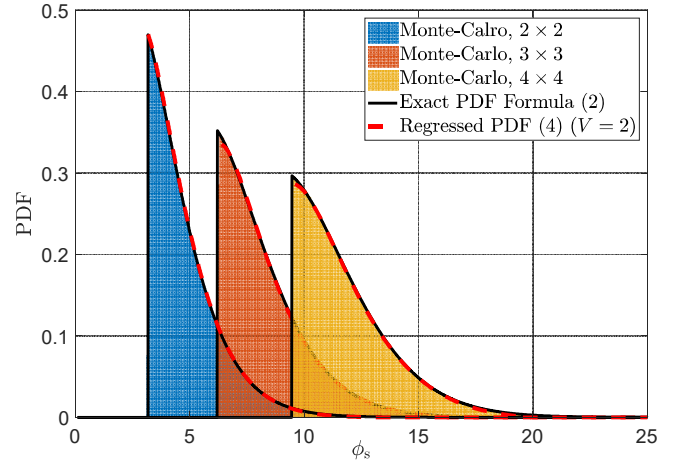


그림 1. 기회적 최대 고유값 빔포밍의 최대 고유값 PDF 비교 결과

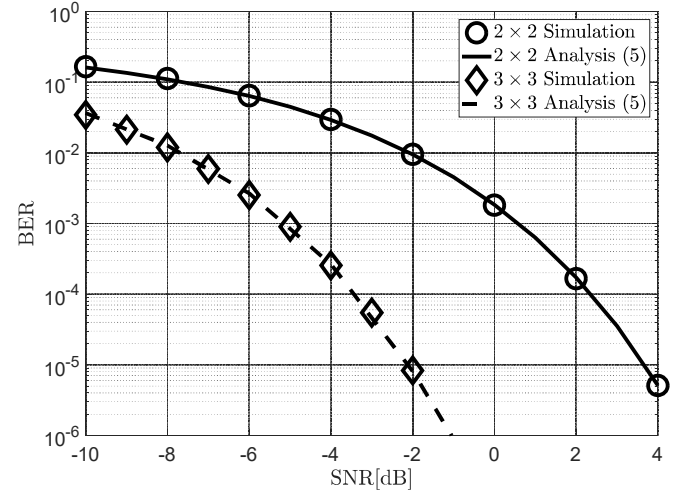


그림 2. 근사 PDF에 기반한 기회적 최대 고유값 빔포밍의 BER 성능

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2021년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (2021-0-00486, ABC-MIMO: 증강 빔 라우팅 기반 차세대 다중 입출력 통신 시스템).

참고 문헌

- [1] T. O'shea and J. Hoydis, "An introduction to deep learning for the physical Layer," *IEEE Trans. Cogn. Commun. Netw.*, vol. 3, no. 4, pp. 563-575, Oct. 2017.
- [2] S. Ali, W. Saad, D. Steinbach, I. Ahmad, and J. Huusko, "White paper on machine learning in wireless communication networks," *University of Oulu 6G Research Visions*, no. 7, Jun. 2020.
- [3] J. Joung and B. C. Jung, "Machine learning based blind decoding for space-time line code (STLC) systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 68, no. 5, pp. 5154-5158, May 2019.
- [4] T. Peken, S. Adiga, R. Tandon, and T. Bose, "Deep learning for SVD and hybrid beamforming," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 19, no. 10, pp. 6621-6642, Oct. 2020.
- [5] M. Raja and P. Muthuchidambaramanathan, "BER performance of SVD-based transmit beamforming with various modulation techniques," in *Proc. 5th IEEE Int. Conf. Ind. Inf. Syst. (INDIN)*, pp. 155-160, Jul.-Aug. 2010.
- [6] M. Kang and M. -S. Alouini, "Largest eigenvalue of complex Wishart matrices and performance analysis of MIMO MRC systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 21, no. 3, pp. 418-426, Apr. 2003.